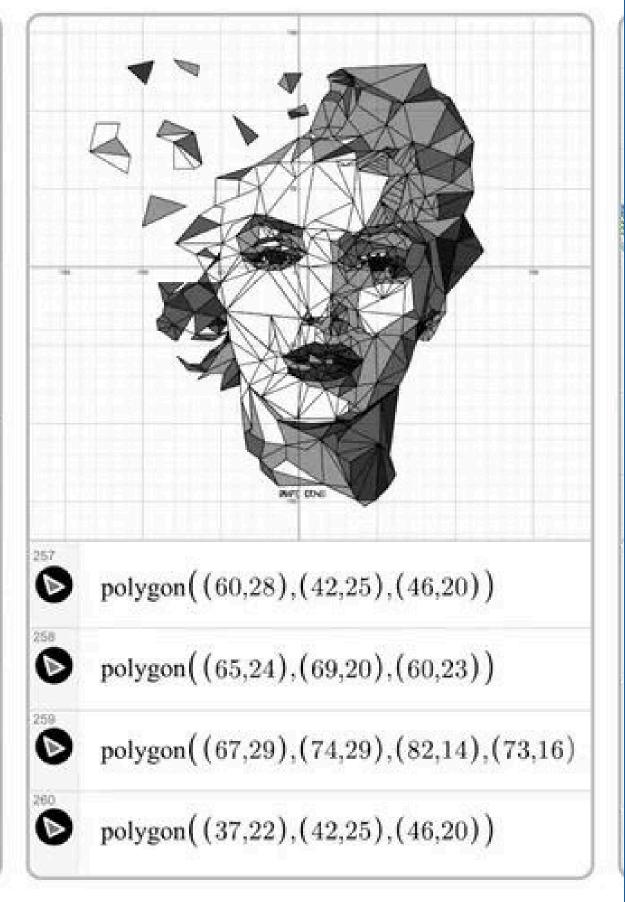
自主學習 Desmos 繪圖

50721林幸臻、50730陳芊勻



目錄

- 研究動機
- 研究目的
- 過程
- 成果
- 困難、解決
- 心得與反思
- 參考資料



(圖片來源:Desmos)

研究動機

我們在網路上看見有創作者分享使用 desmos(可以畫出方程式的數學軟體)繪 圖的作品,透過各種函數來畫出自己想像中 的圖片,覺得很新奇,想自己嘗試看看。

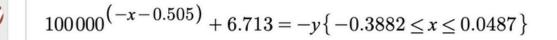
研究目的

學習各種函數的圖形,並透過組合不同函數、截取線段來繪製想要的圖案並填色。

$$+\frac{(y+6.48)^2}{0.45^2} = 1\{-6.33 \le y\} \ge$$

$$\frac{(x-2.15)^2}{1.8^2} + \frac{(y+6.195)^2}{0.63^2} = 1\{2.1198 \le x\{-5.82 \le y\}\}$$

$$\frac{(x-2.15)^2}{1.8^2} + \frac{(y+6.195)^2}{0.63^2} = 1\left\{2.506 \le x\left\{-6.515 \ge y\right\}\right\}$$



 $10000^{(-x-0.54)} + 6.54 = -y\{-0.4196 \le x \le 0.0424\}$

$$2^{(-x+3.364)} + 5.7231 = -y\{3.699 \le x \le 4.017\}$$

$$2^{(-x+3.364)} + 6.078 = -y\{3.7014 \le x \le 4.0175\}$$

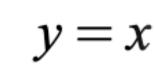
$$\frac{-2.15)^2}{2} + \frac{(y+6.55)^2}{0.63^2} = 1\left\{-7.125 \le y \le -6.869\right\}$$









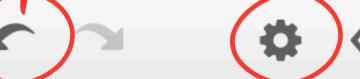




轉為表格 複製

新增





復原







$$y = ax + b$$









a=2









刪除



f(x) 運算式



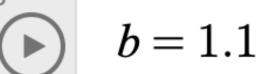
表格



資料夾



圖片



-10



-10

10



線條粗細

顏色



可直接改數字



$$a = -3.42$$

開始即有動畫產生

 $\leq a \leq$



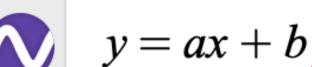
間距:

第三週:認識desmos

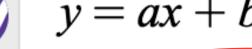
向前向後循環、同方向重複播放、十

播放一次、重複播放





數值滑桿的範圍









$$b = 1.1$$

$$a = -4.79$$

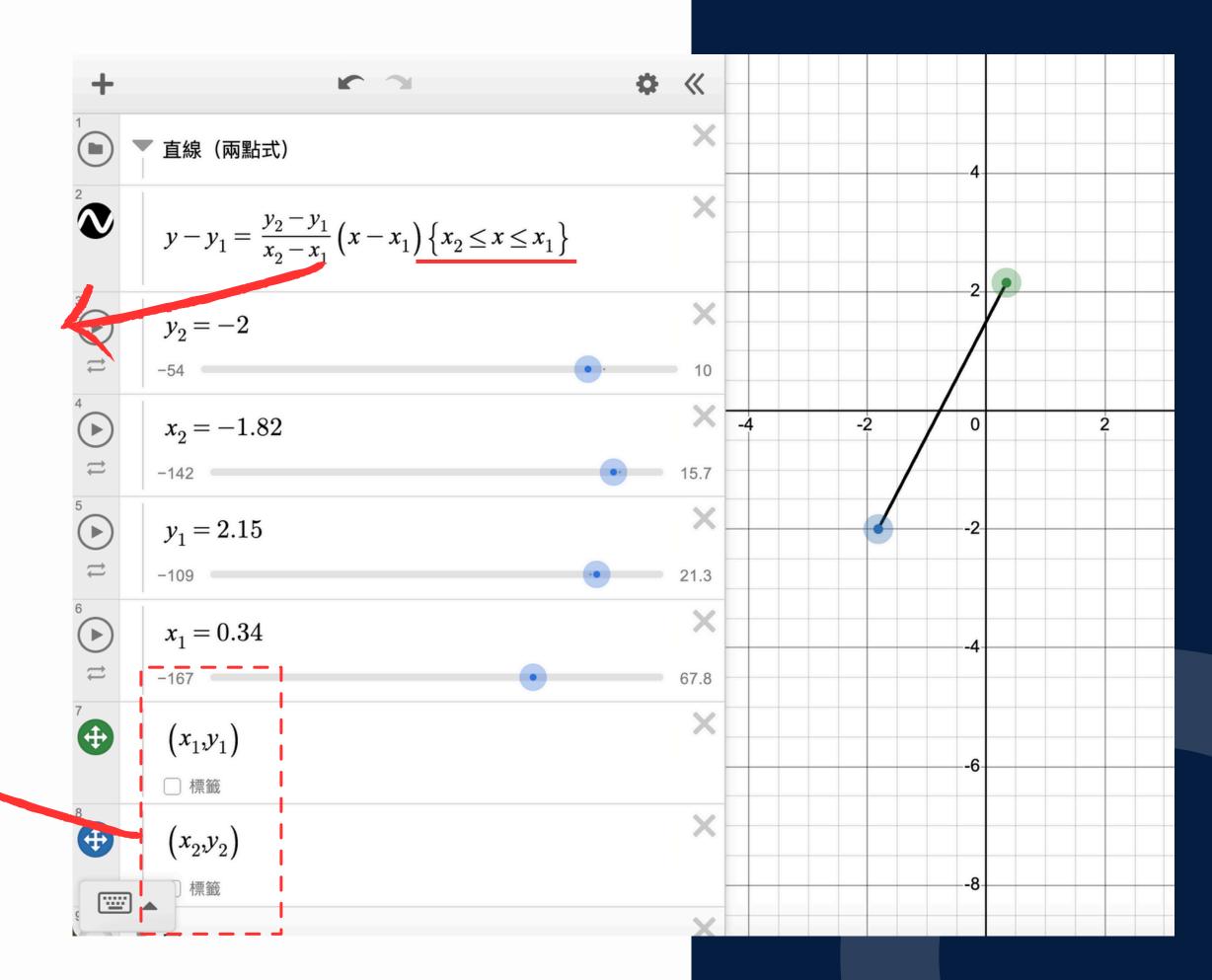
10

數值滑桿:可直接拉動

第四週:直線(兩點式)

將x的範圍定在x₂和x₁之間使 兩點為線的起終

利用兩點式設定兩個動點座標(x₁,y₁),(x₂,y₂)使畫圖時可以直接移動兩點

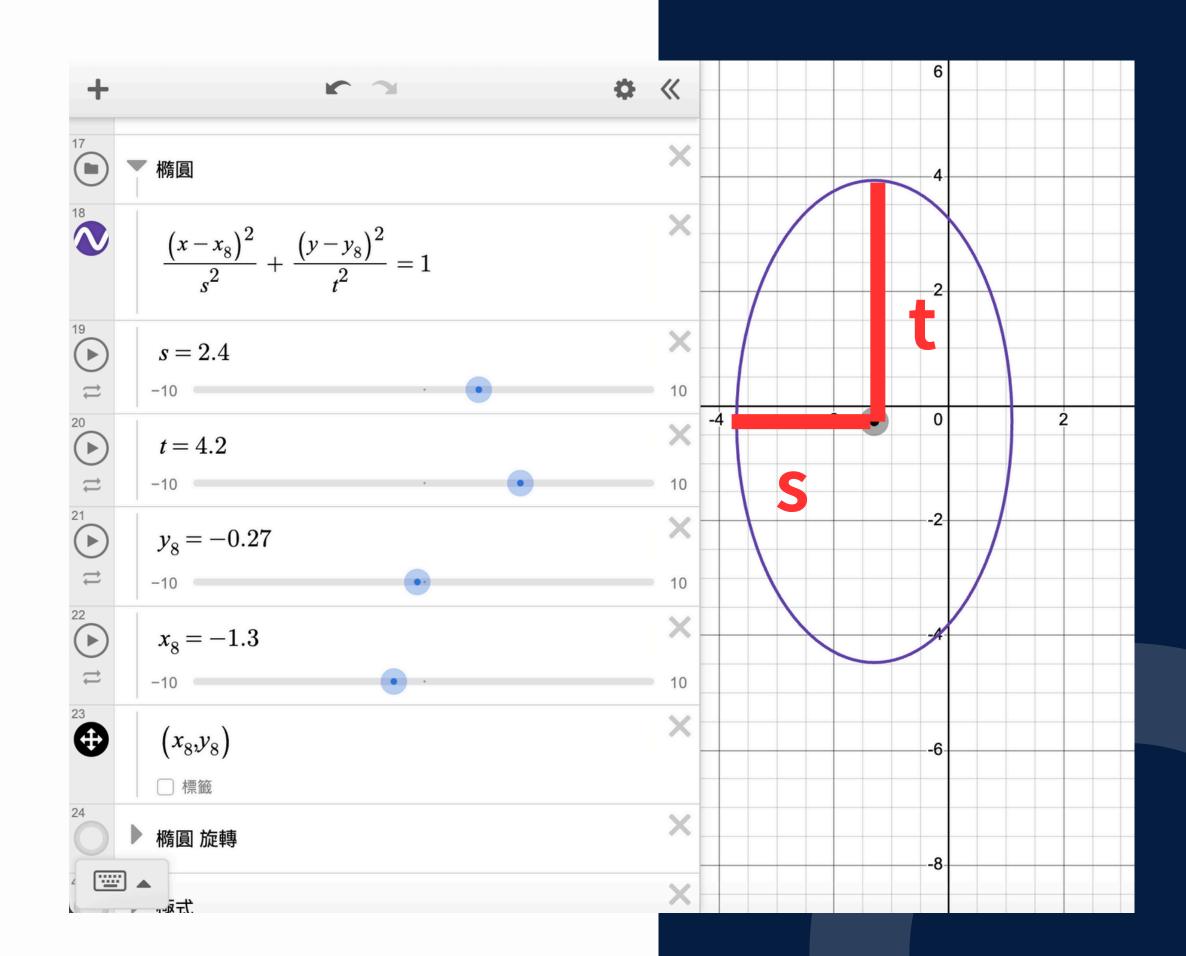


第四週:橢圓

設圓心(x₈,y₈)為變數 讓圓心為動點

s為水平方向的半軸長 t為鉛直方向的半軸長

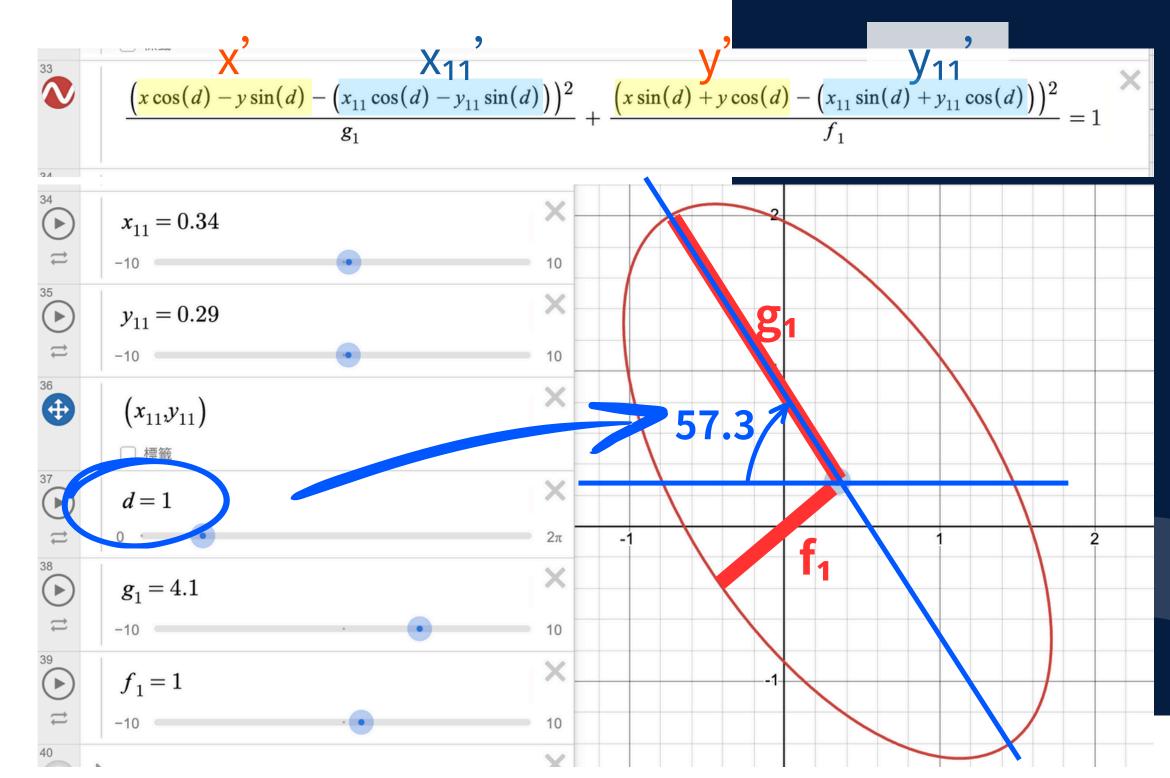
*若要畫出圓形,則「半徑=s=t」



第四週:橢圓(旋轉)

利用矩陣, 橢圓上的任一點 (x, y) 經旋轉d角度後 得點座標為 (x',y') x'=x • cos(d)-y • sin(d) y'=x • sin(d)+y • cos(d) 將x'和y'代入橢圓的公式內 *d的範圍在0到2π之間

設 (x_{11}, y_{11}) 為橢圓圓心 g_1 為d=0時水平方向的半軸長, f_1 為d=0時鉛直方向的半軸長



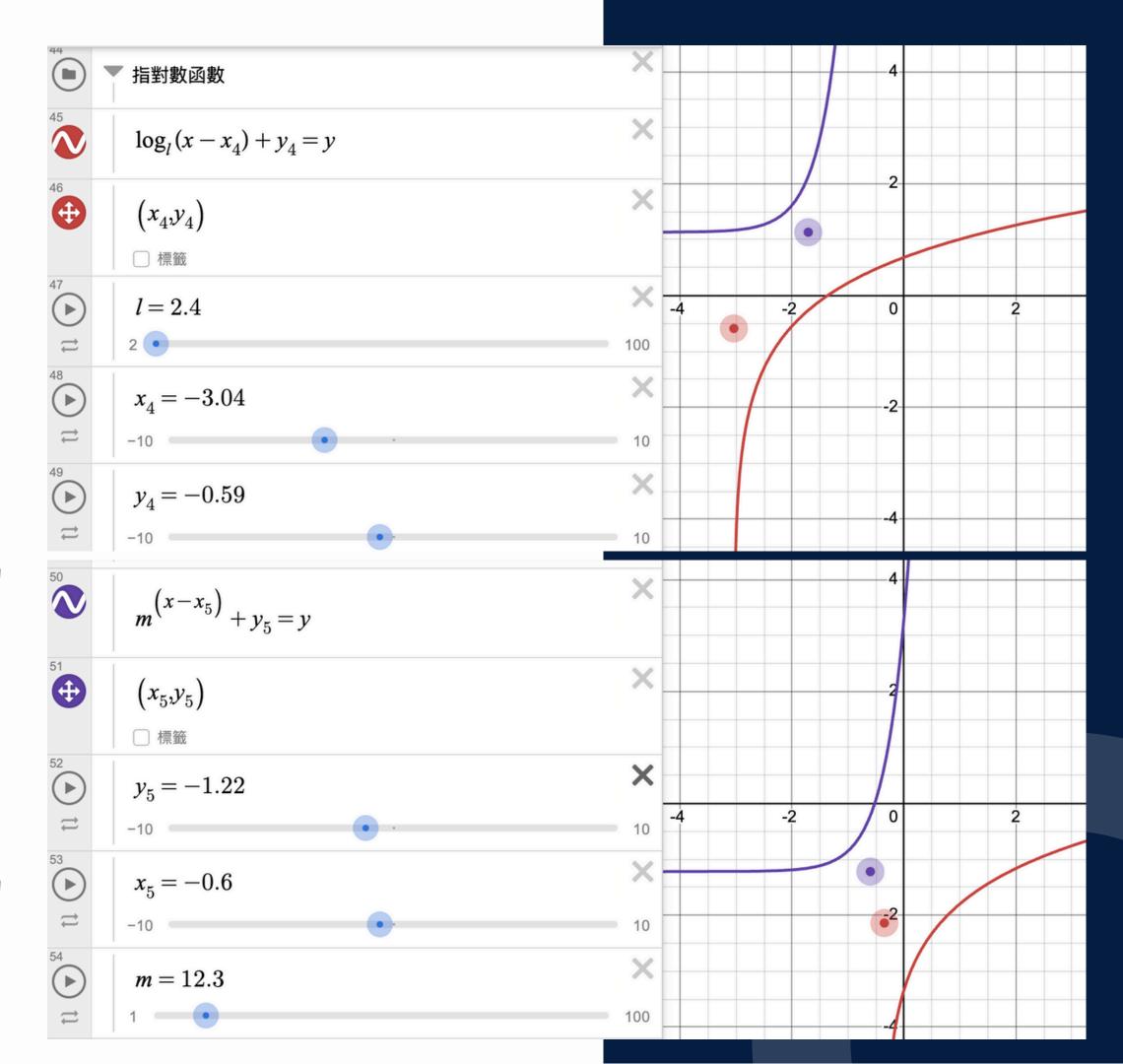
第五週:指對數函數

對數:

變數 l 越大圖型的弧度越小, 且趨近於直角 $*l \neq 1, l >= 0$ 設 (x_4, y_4) 為動點,讓圖形可以移動

指數:

變數m越大圖型的弧度越小,且趨近於直角 $*m \neq 1, m \geq 0$ 設 (x_5, y_5) 為動點,讓圖形可以移動



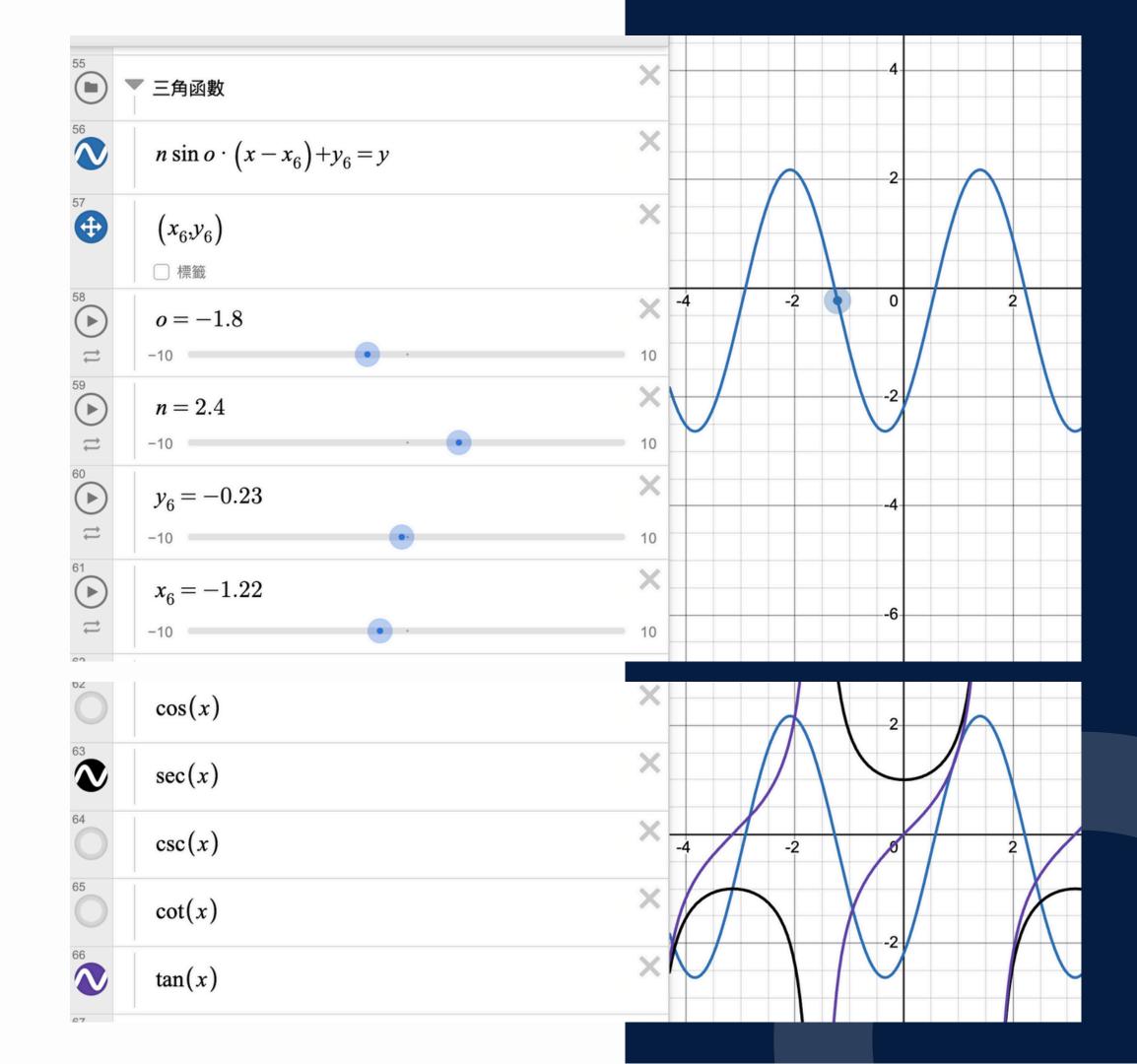
第六週:三角函數(sin)

n是三角函數sin的振幅 →變數n越大,圖形越長

o是三角函數sin的週期 →變數o越大,圖形越密集

*n>0, o>0

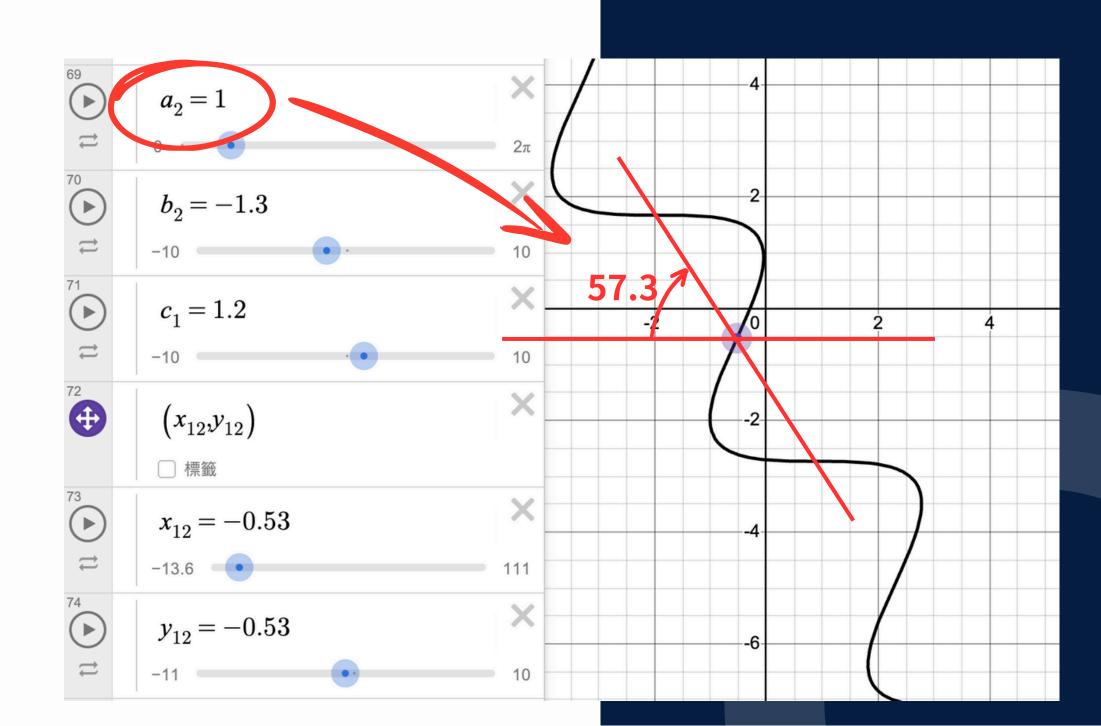
設(x₆, y₆)為動點,讓圖形可以 移動



第六週:三角函數(旋轉)



利用矩陣,sin圖形上的任一點 (x, y)經旋轉a₂角度後得點座標為 (x',y') $x' = x \cdot \cos(a_2) - y \cdot \sin(a_2)$ $y' = x \cdot \sin(a_2) + y \cdot \cos(a_2)$ 將x'和y'代入sin圖形的公式內 *a₂的範圍在0到2π之間 設(x₁₂, y₁₂)為圖形中心 變數b₂越大,圖形越長 變數c₂越大,圖形越密集

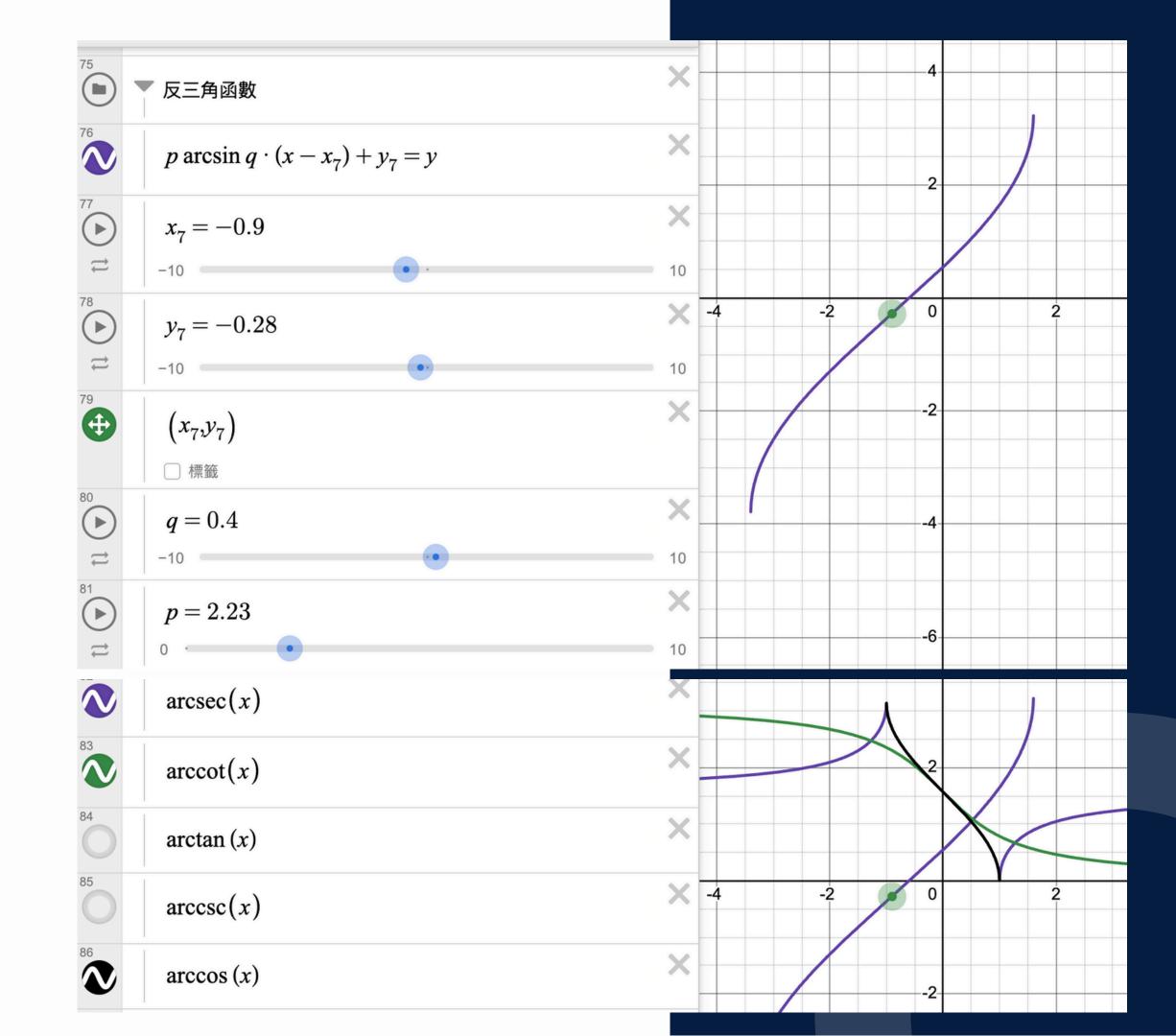


第七週:反三角函數

p是三角函數sin的振幅 →變數p越大,圖形越長

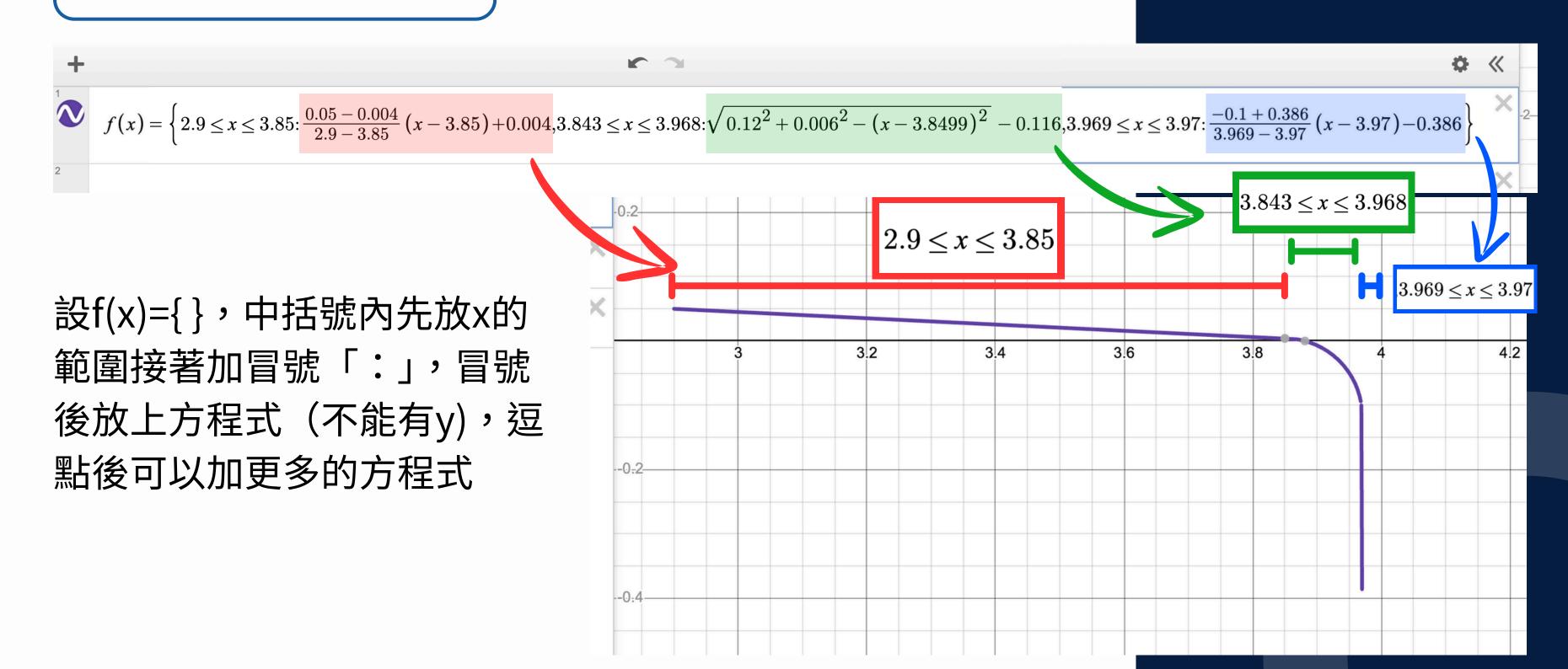
q是三角函數sin的週期 →變數q越大,圖形越密寬

設(x₇, y₇)為線上動點,讓圖形可以移動



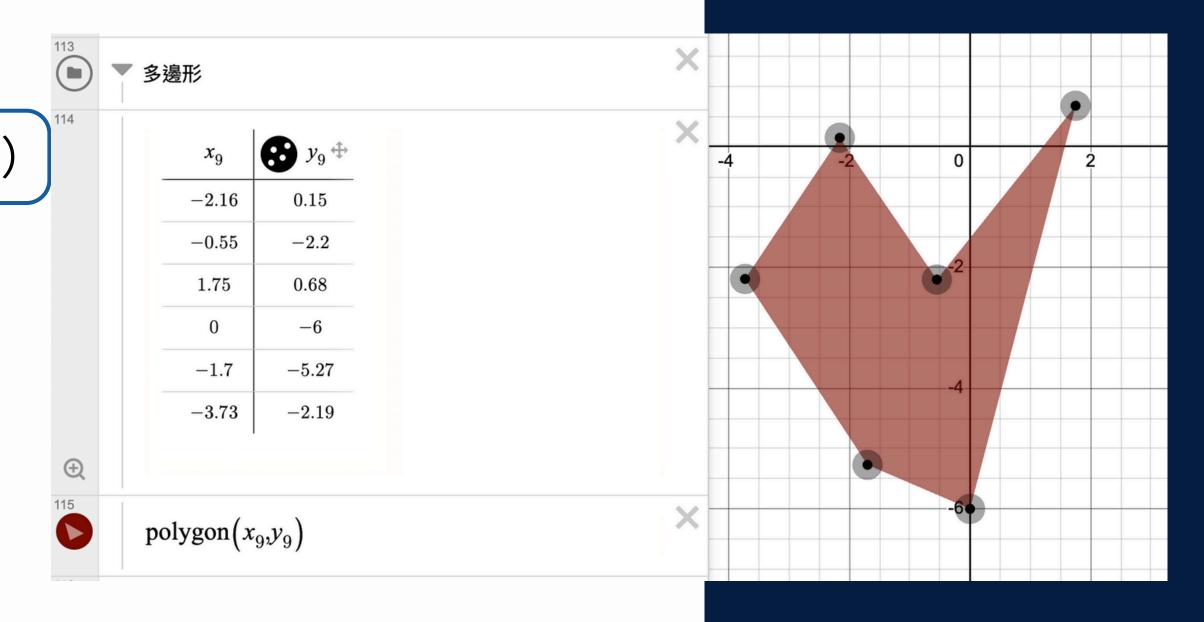
^{*}p>0, 1 >q>-1

第七週:合併線條



第八週:多邊形(運用表格)





建立表格,一個列即為一個點,將點設定為「拖曳」,各點即可任意移動

polygon代表多邊形,後加(x₉, y₉), 代表使各點形成的面積有顏色

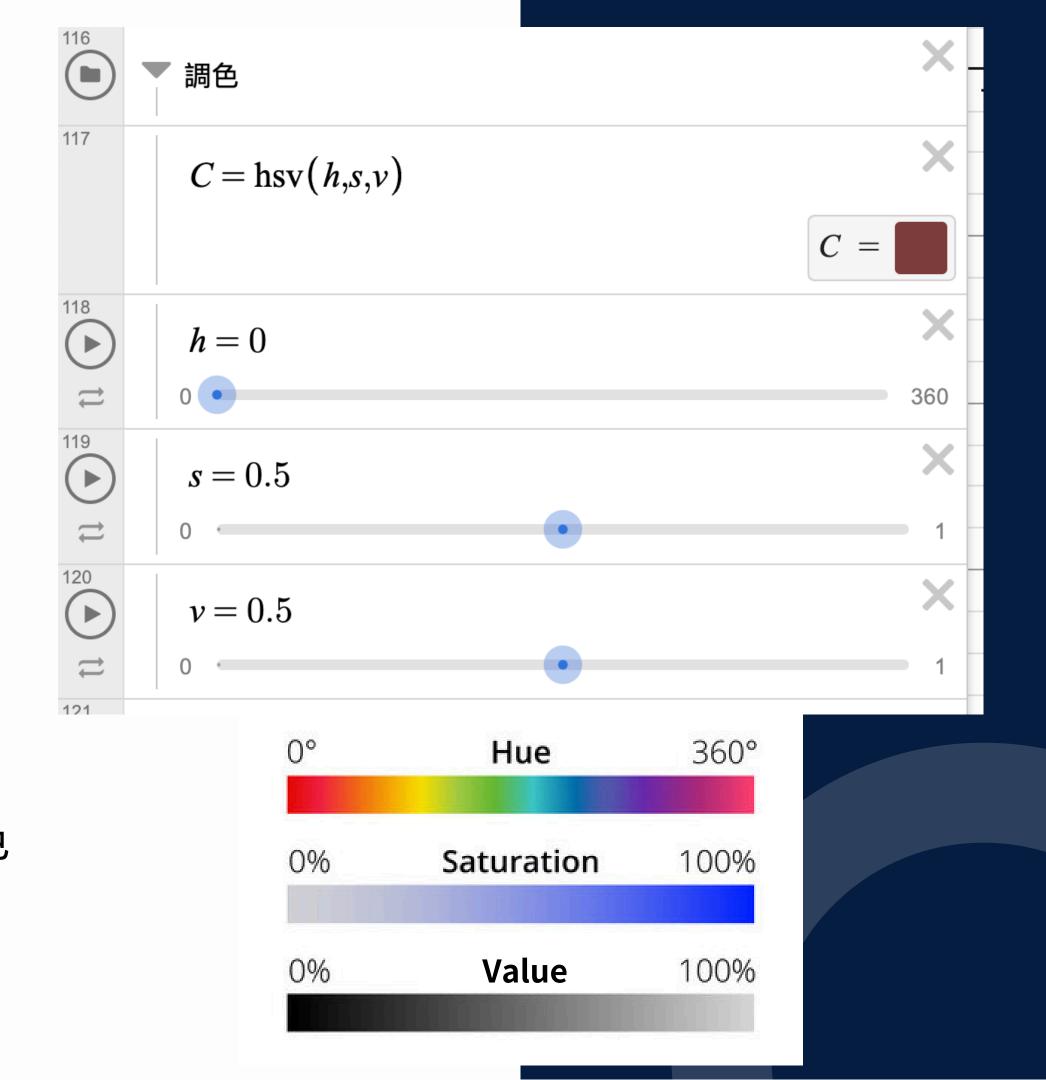
第九週:調色

h→hue(色相): h值靠近1,則顏色 偏紅;h值靠近360,則顏色靠近藍色 *1<h<360

s→saturation (飽和度):指色彩的 純度。s值越靠近0,則色彩越灰;s值 越靠近1,則色彩越純

*0<s<1(100%)

v →value (明度): v值越靠近0,則色彩越暗;v值越靠近1,則色彩越亮 *0<v<1(100%)



第九週: 著色 (不等式)

$$y-5 < \frac{0.5-5}{7-6}(x-6)$$

6

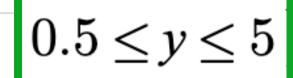
$$y-5 \ge \frac{0.5-5}{3-1.5} (x-1.5) \{0.5 \le y \le 5\} \{y-5 < \frac{0.5-5}{7-6} (x-6)\}$$

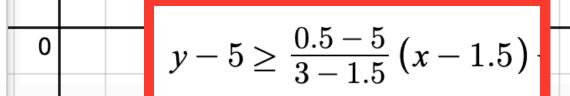
122

123

125

將等式(線)改為不等式就會有色塊,若



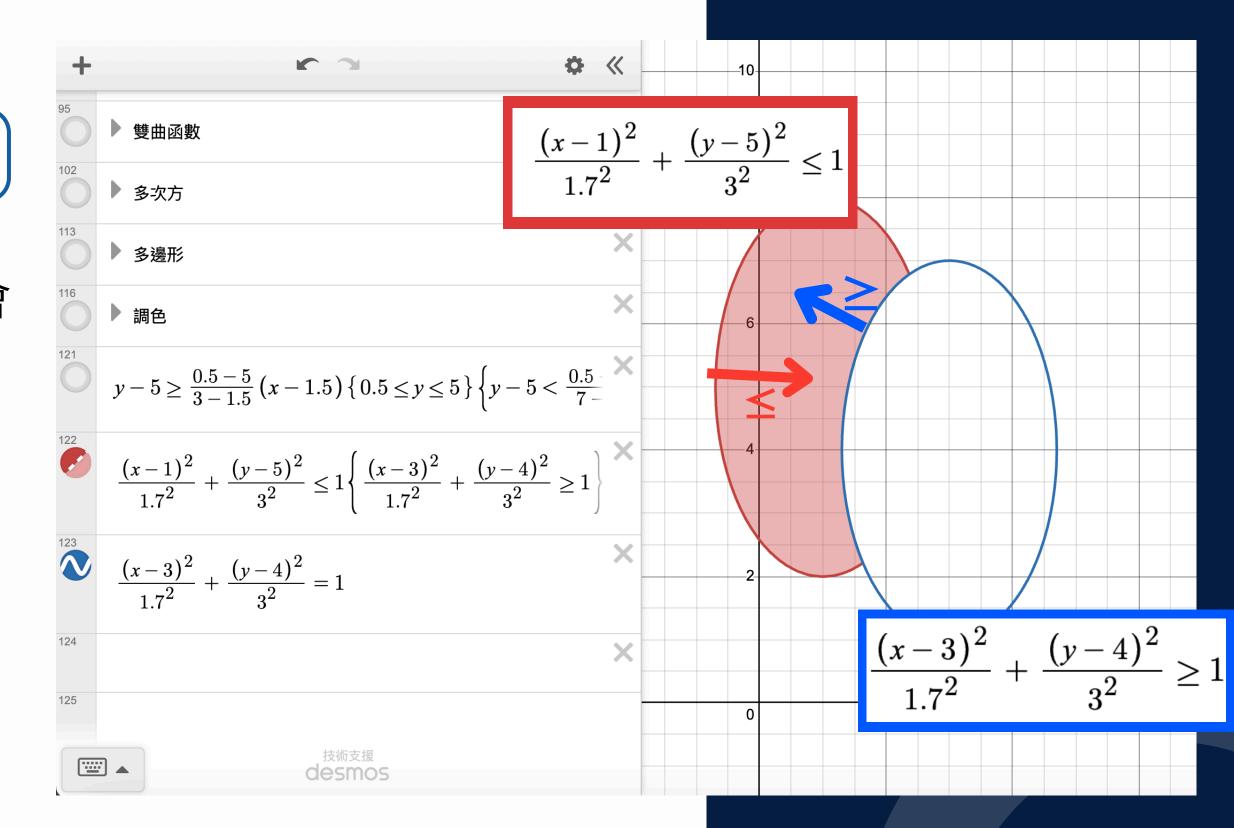


第九週: 著色(不等式)

將等式(線)改為不等式就會 有色塊

若為≥色塊會在圓的外面; 若為≤色塊會在圓的裡面

在大括號內{}可加入不等式, 增加色塊的限制



第九週: 著色(合併)

$$\frac{(x-3)^2}{1.7^2} + \frac{(y-4)^2}{3^2} \ge 1$$

 $0.5 \le y \le 5$

$$y-5 < \frac{0.5-5}{7-6}(x-6)$$



$$y-5 \ge \frac{0.5-5}{3-1.5} (x-1.5) \left\{ 0.5 \le y \le 5 \right\} \left\{ y-5 < \frac{0.5-5}{7-6} (x-6) \right\} \left\{ \frac{(x-3)^2}{1.7^2} + \frac{(y-4)^2}{3^2} \ge 1 \right\}$$



$$\frac{(x-1)^2}{1.7^2} + \frac{(y-5)^2}{3^2} \le 1 \left\{ \frac{(x-3)^2}{1.7^2} + \frac{(y-4)^2}{3^2} \ge 1 \right\}$$



$$\frac{(x-3)^2}{1.7^2} + \frac{(y-4)^2}{3^2} = 1$$

$$\frac{(x-3)^2}{1.7^2} + \frac{(y-4)^2}{3^2} = 1$$

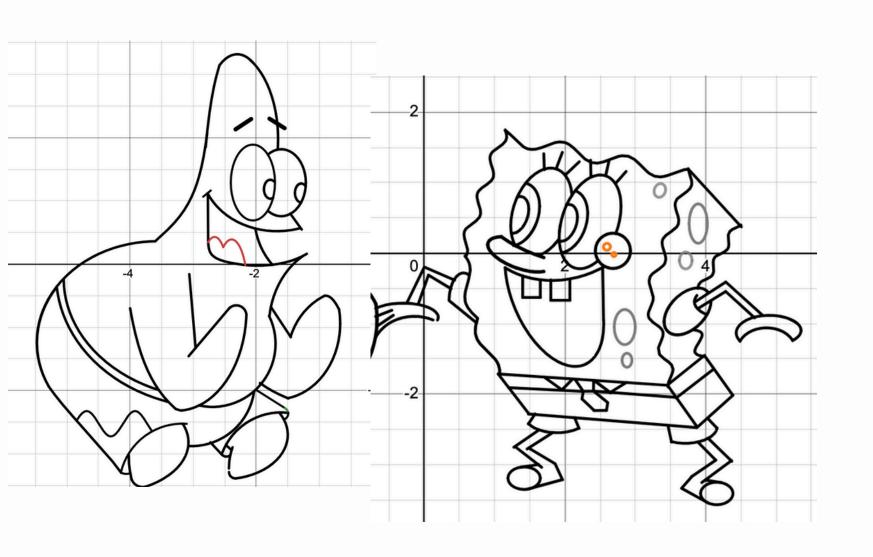
$$y-5 \ge \frac{0.5-5}{3-1.5}(x-1.5)$$

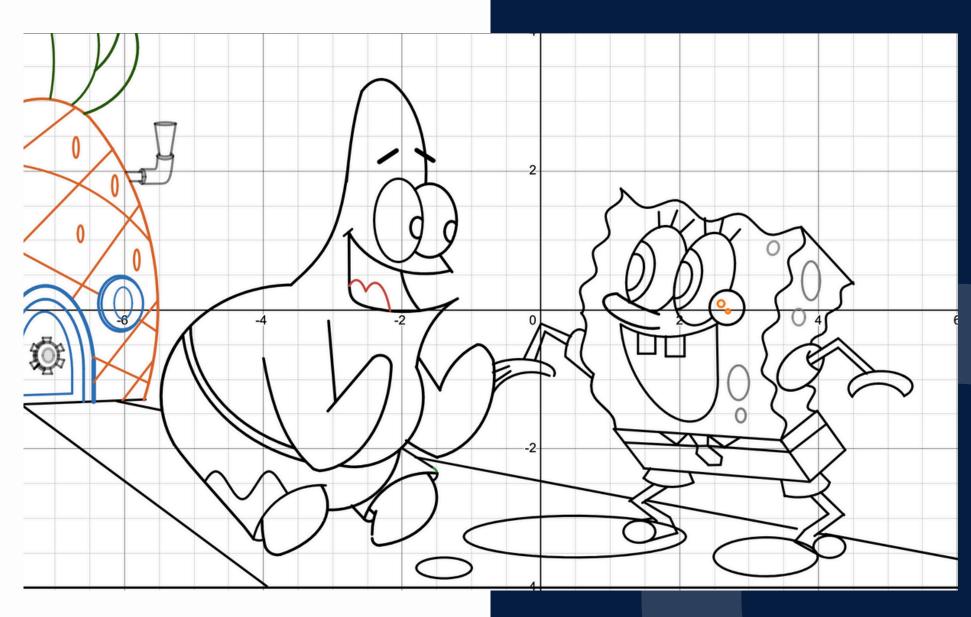
第十~十五週:畫圖

作品一(50721林幸臻)

Step1:繪製人物線稿

Step2:繪製背景

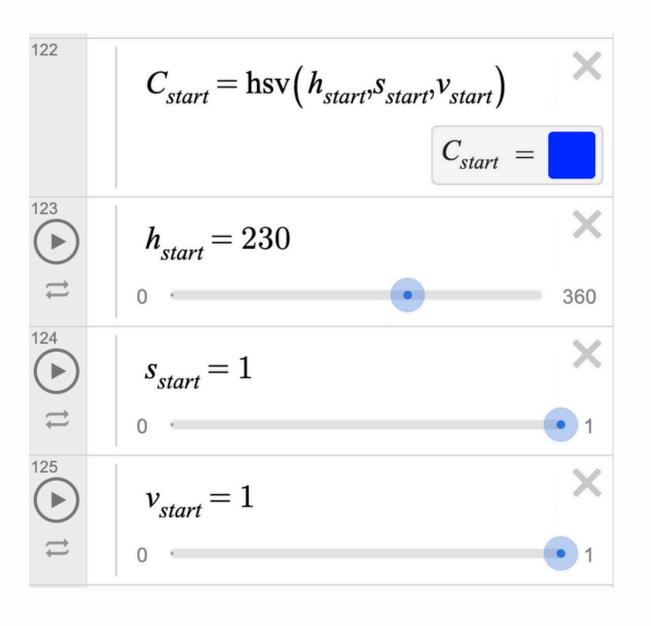


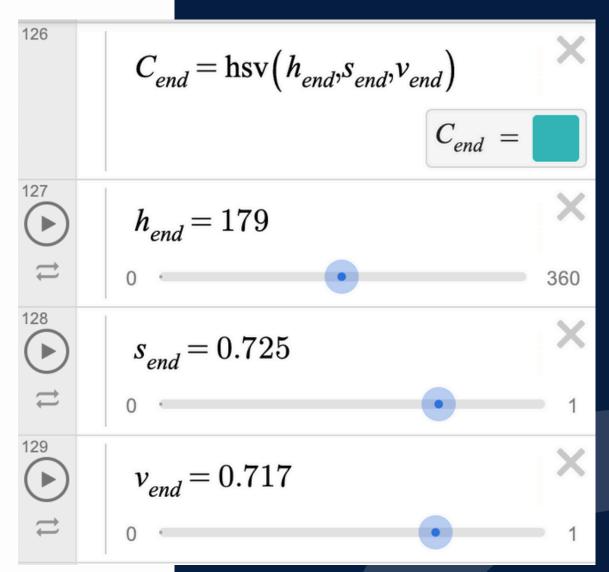


第十~十五週:畫圖

如何繪製漸層?

設兩端顏色的h,s,v 值,為了要將一端的 h,s,v值漸漸的變到另 一端的值,需要利用 「等差級數」的性 質。

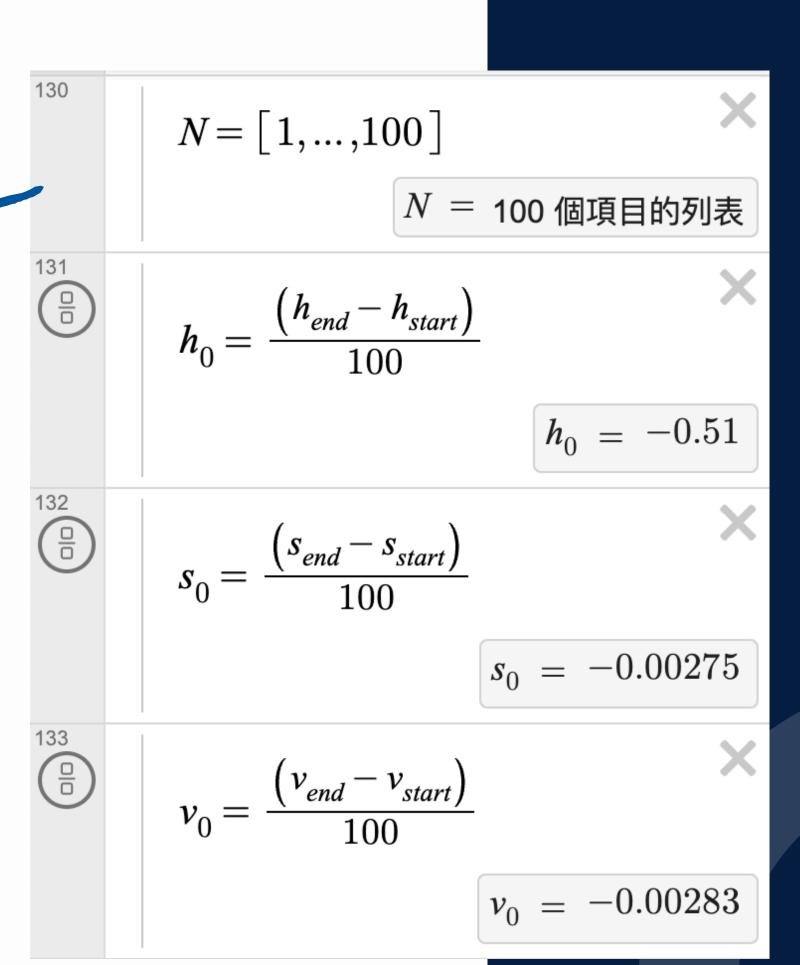




第十~十五週:畫圖

總共100項(是由100個 不同顏色的線條組成的)

h₀, s₀, v₀為公差,因有100項,所以兩端值的差要除以100

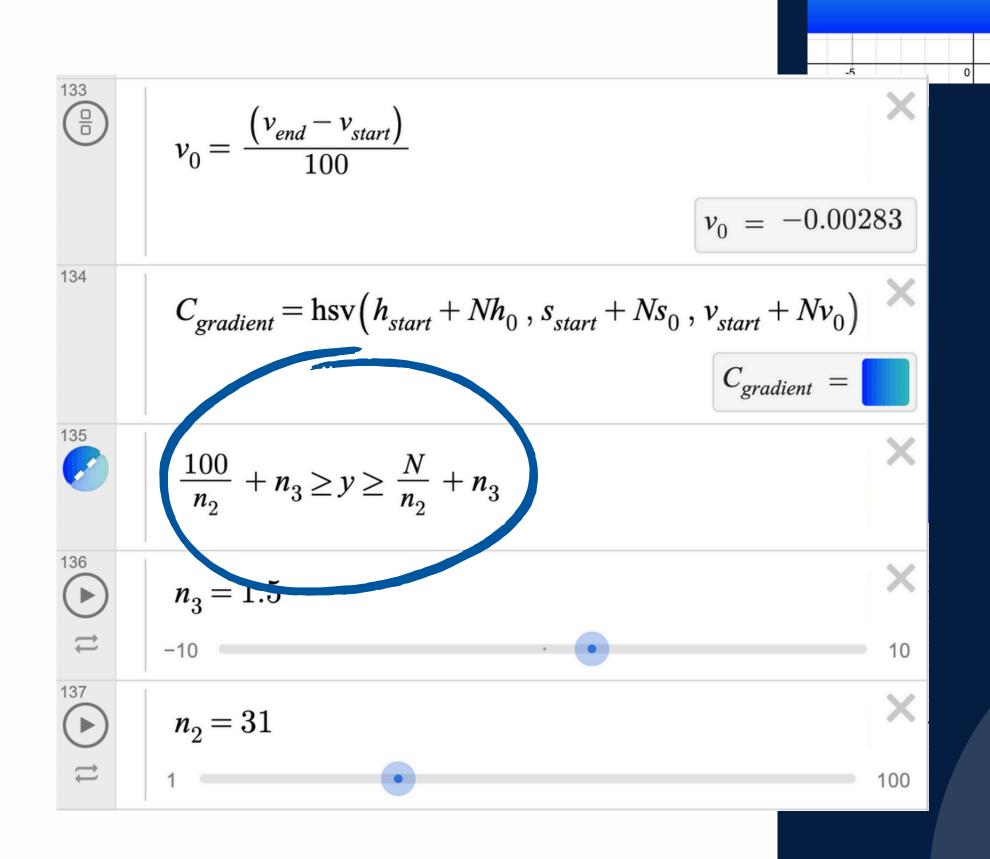


第十~十五週:畫圖

得到結果:

n₂ 是100個線條彼此之間的密度, n₂ 越大則密度越大, 線之間的面積會越大, 總面積也會越大

 n_3 分別家在兩邊的不等式, n_3 的值為色塊最下面的線的y值



第十~十五週:畫圖

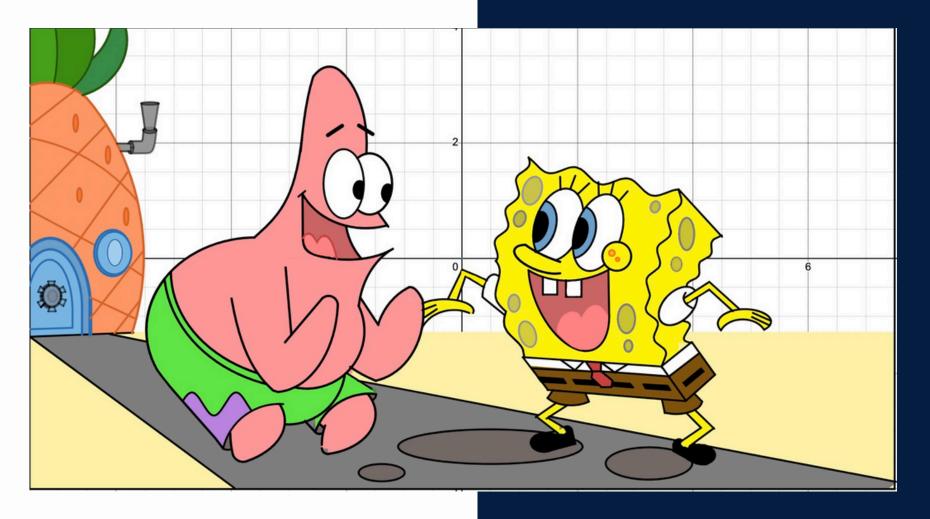
作品一(50721林幸臻)

Step3:利用不等式上色

(第九週所學)

最終成果

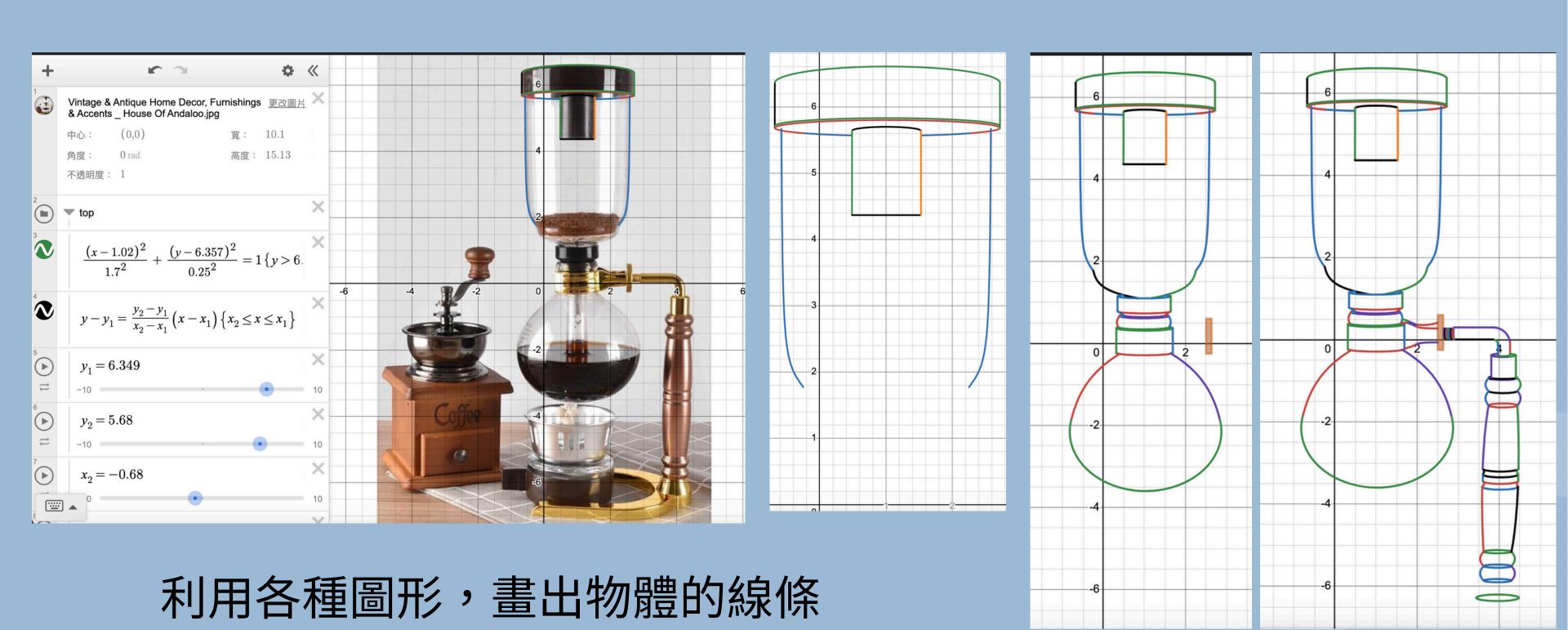
(背景使用上頁所提的漸層)





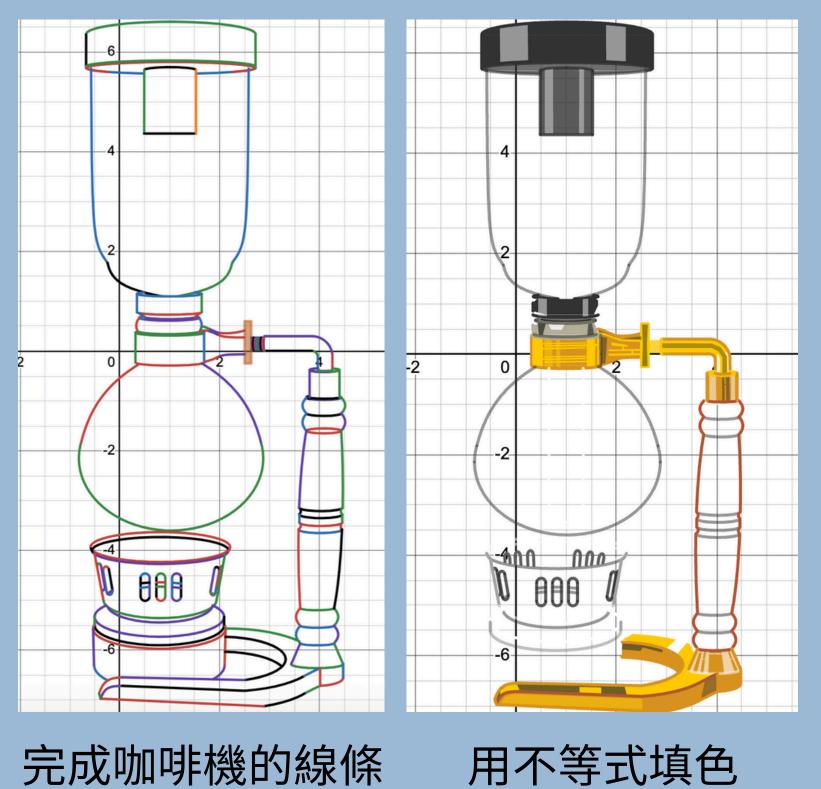
第十~十五週:畫圖

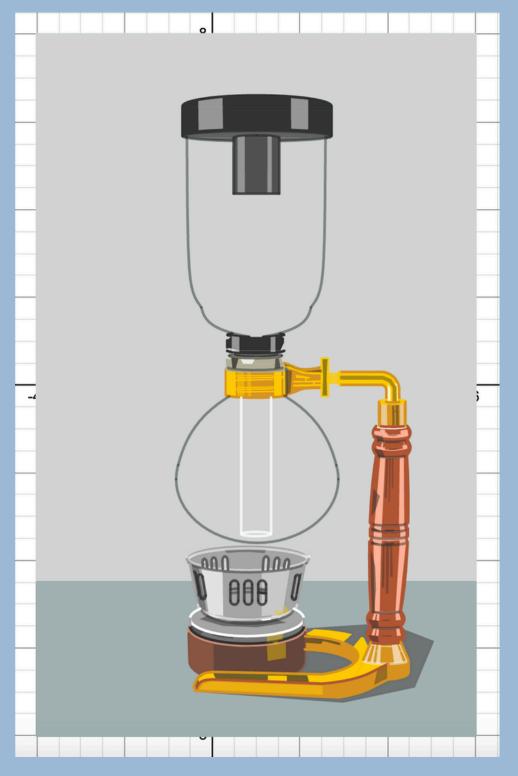
作品二(50730陳芊勻)



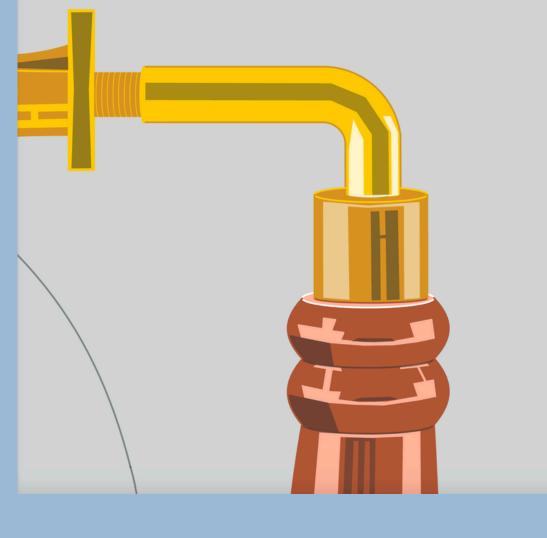
第十~十五週:畫圖

作品二(50730陳芊勻)





填色完成

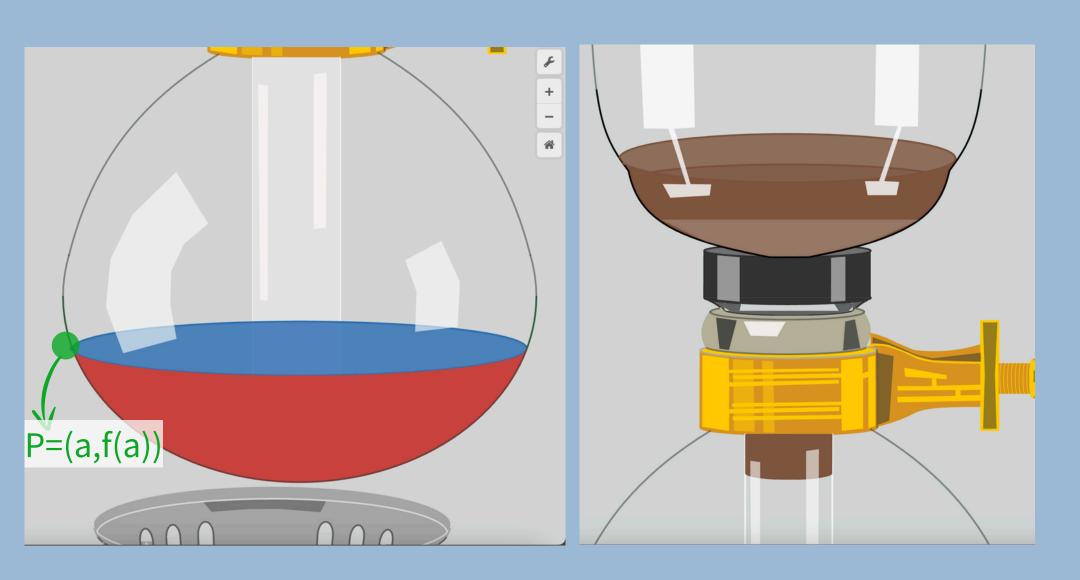


反光的部分是利用表格 畫出多邊形

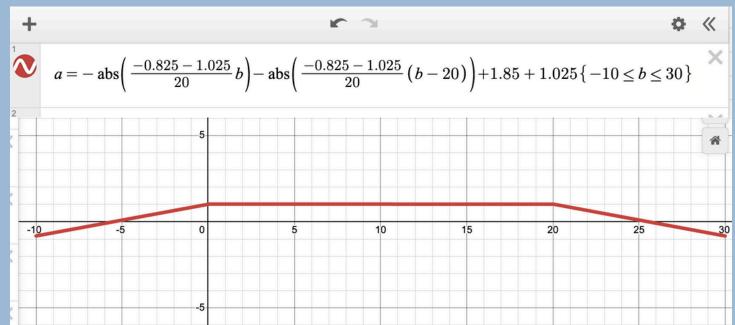
第十~十五週:畫圖

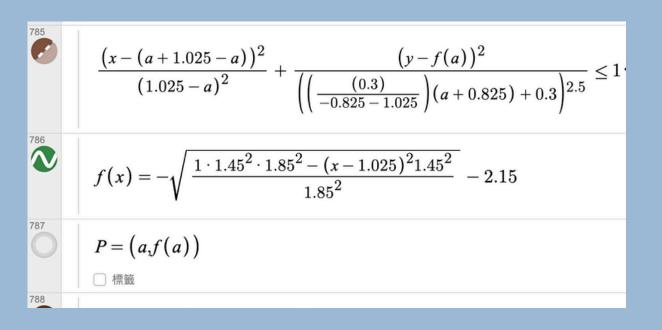
作品二(50730陳芊勻)

動點連接在橢圓和f(x)上, 隨著a的變化橢圓會有變化



畫出變數a與時間b的關係方程式, a就會隨著b有不同的變化

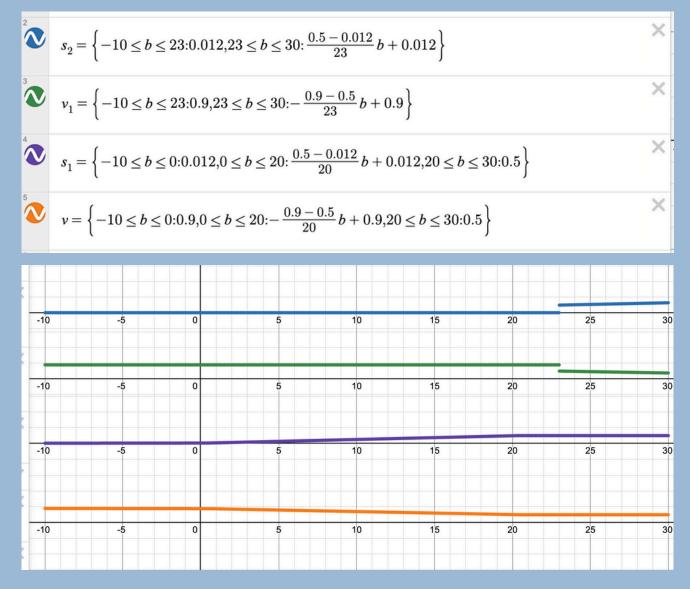




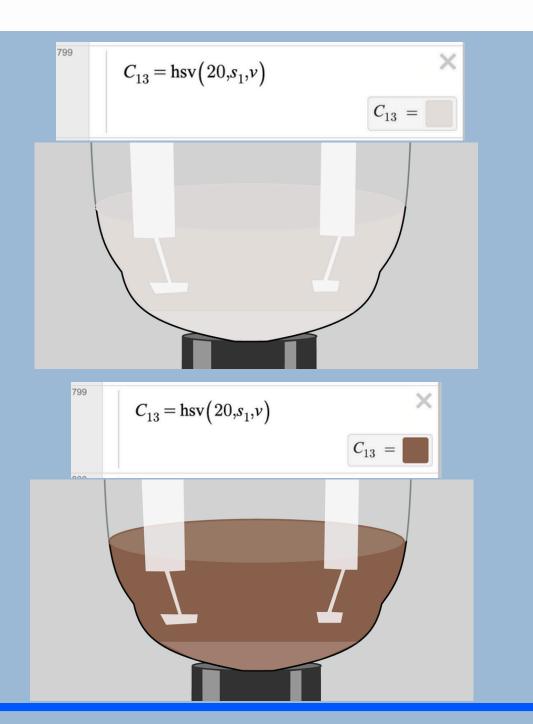
第十~十五週:畫圖

作品二(50730陳芊勻)

成果

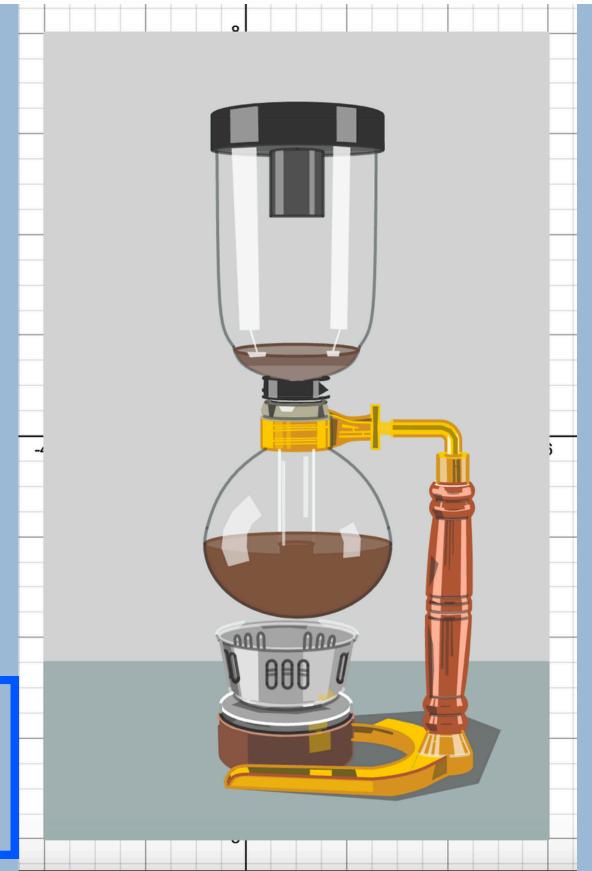


為了讓顏色可以跟著時間b 的關係,畫出顏色和時間b 的關係方程式



只需改變b所有參數皆可改變



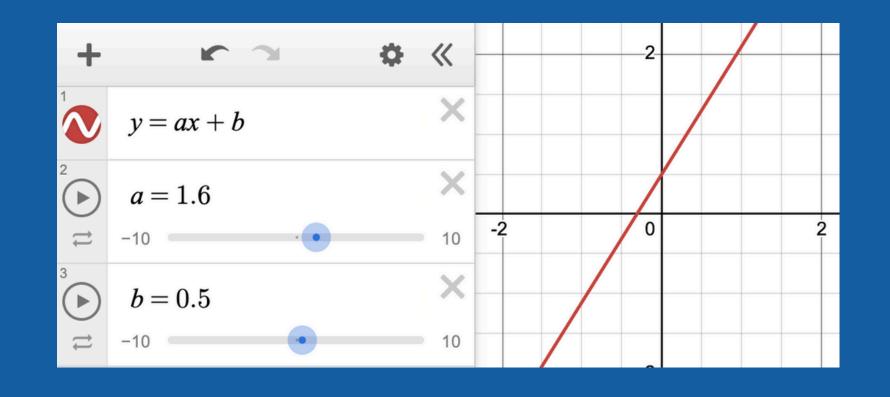


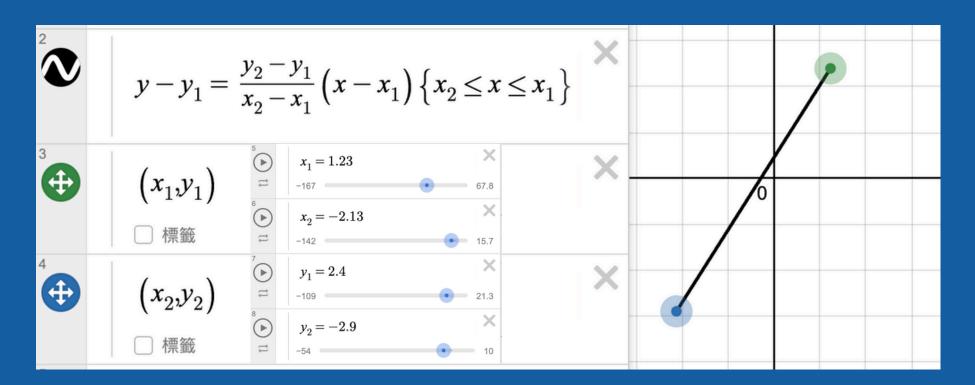
困難

解決

在學習如何繪製線段時,我們一開始使用斜截式,然而效果卻不如預期,只能另外找點的座標來截取自己想要的線段,且斜率和y截距自己代數字進去。

在網路上找尋其他能夠畫線段的函數,最後選擇使用兩點式,可以任意移動線段兩端點,快速且方便。

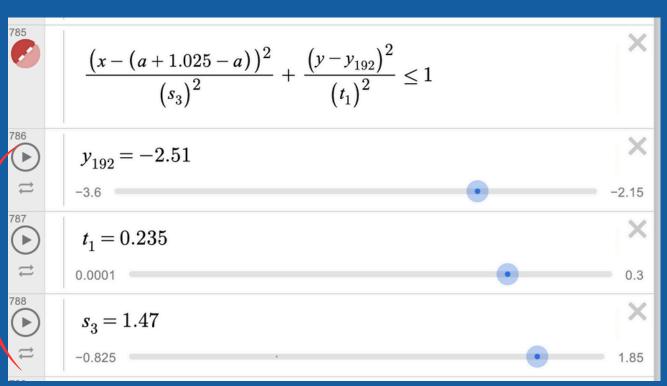


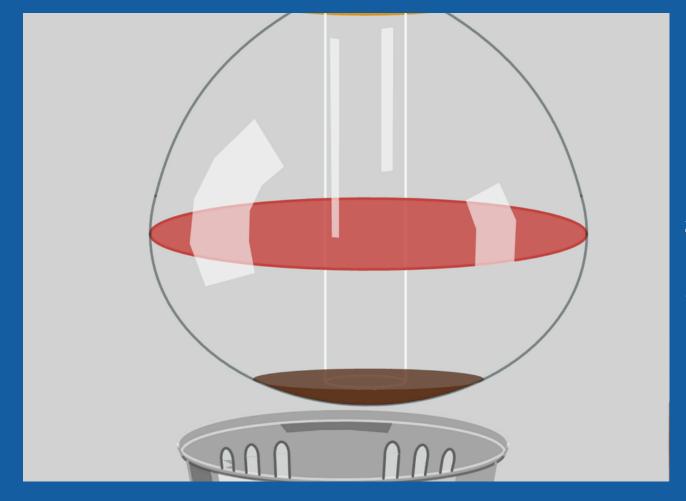


困難

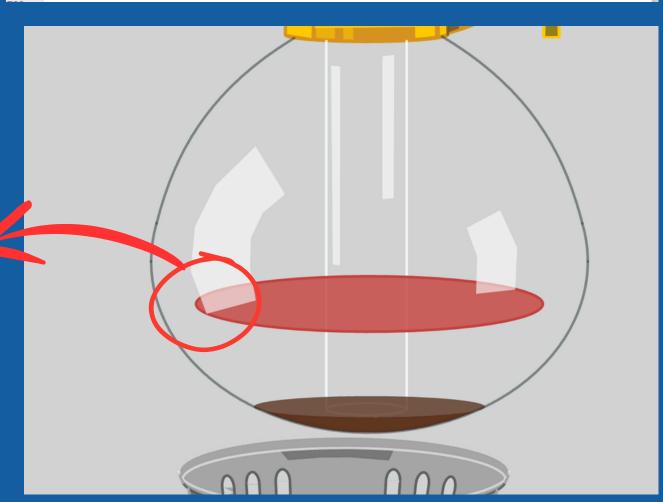
在做動畫時,要變動的參數太多, 沒辦法一次控制,所以在開始跑參 數的時候,要一個一個選參數,且 時間總是對不上。







每個參數彼此對 不上時間,導致 無法對齊



解決

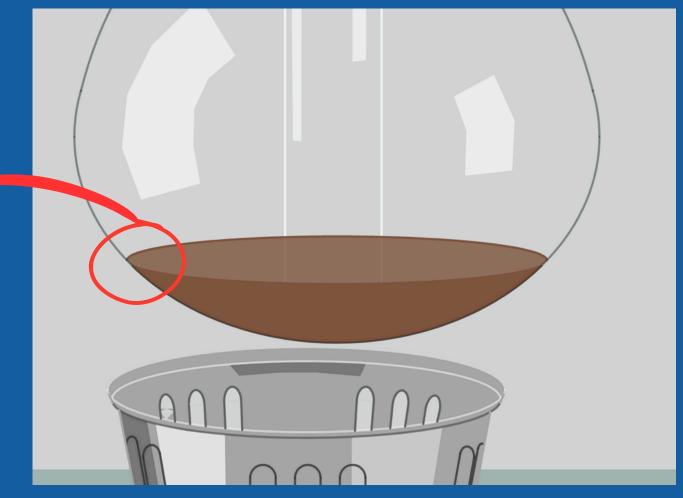
設定時間軸,做出時間與每個參數的關係方程式,如此一來,只要開始跑時間的參數,所有的參數都會一起變動, 且可以確定每一個參數變動到時間,使動畫能方便操作和 每一個變化都能精準開始或結束。

只有一個參數





沒有時間差,成功對齊

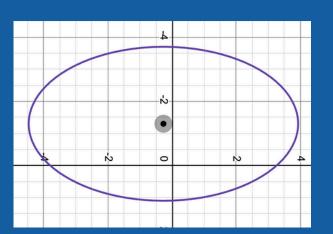


困難

解決

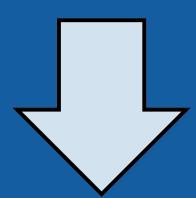
在繪製人物外邊框時不知如何將想要的圖形(橢圓、三角函數)去做 旋轉,只能用很多個圓形截取並拼 接,此作法耗費大量時間。 從網路上找到資料,如果要旋轉方程式,可以利用旋轉矩陣,所以只要把旋轉矩陣放入橢圓方程式和三角函數方程式,並且將θ角設為參數,這樣只要改變θ的參數,方程式便可以以想要的角度旋轉。

橢圓

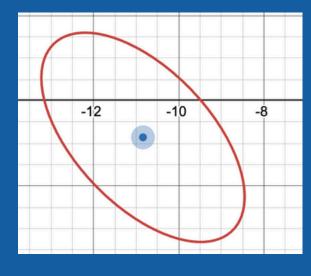




$$\frac{(x-x_8)^2}{s^2} + \frac{(y-y_8)^2}{t^2} = 1$$



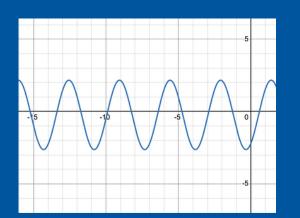
旋轉橢圓





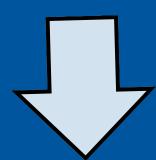
$$\frac{\left(x\cos(d) - y\sin(d) - \left(x_{11}\cos(d) - y_{11}\sin(d)\right)\right)^{2}}{g_{1}} + \frac{\left(x\sin(d) + y\cos(d) - \left(x_{11}\sin(d) + y_{11}\cos(d)\right)\right)^{2}}{f_{1}} = 1$$

三角函數

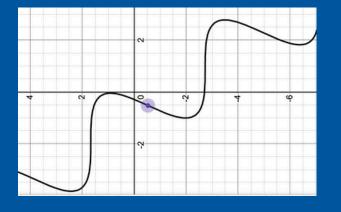


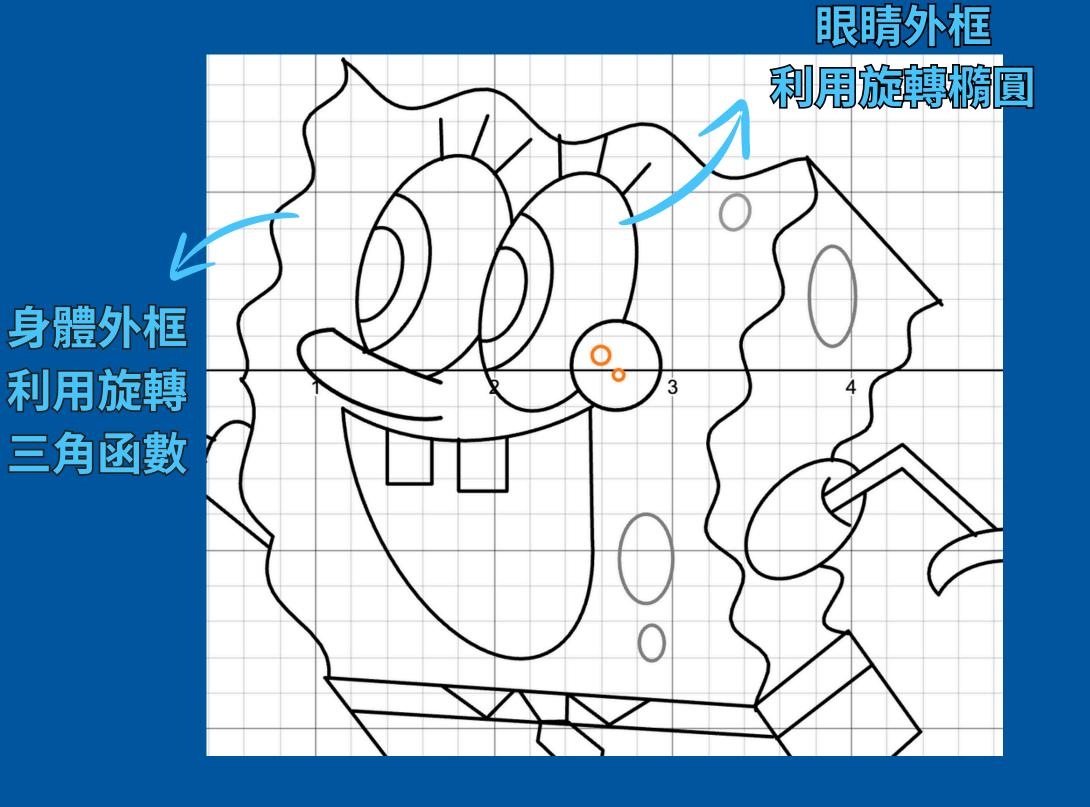


$$n\sin o\cdot \left(x-x_6\right)+y_6=y$$



旋轉三角函數







$$b_{10}\sin\Bigl(c_{1}\cdot\Bigl(x\cos\bigl(a_{10}\bigr)-y\sin\bigl(a_{10}\bigr)-\Bigl(x_{213}\cos\bigl(a_{10}\bigr)-y_{213}\sin\bigl(a_{10}\bigr)\Bigr)\Bigr)\Bigr)=\Bigl(x\sin\bigl(a_{10}\bigr)+y\cos\bigl(a_{10}\bigr)-\Bigl(x_{213}\sin\bigl(a_{10}\bigr)+y_{213}\cos\bigl(a_{10}\bigr)\Bigr)\Bigr)$$

心得與省思

在自主學習的過程中,我們利用了高一數學所學知識,將其運用在過程中,發現我們遺漏了許多細節,是我們以往沒有注意到的,順帶認識了新的函數,更加深入對函數的了解和背後的原理,並加深對各種函數圖形的印象。

在操作過程中,我們面臨諸多困難,像是不知道想像中的圖形其函數為何, 又或者如何將函數圖形轉移到自己想要的角度。我們的解決方法為詢問他 人、查找資料、觀看影片,和參考他人的實作經歷,其實方式不只一種,有 時候只是需要我們去尋找以及發想,也沒有所謂的最佳解法,只要能自身解 決問題的方法都是好方法。雖然操作過程繁複,但看到最終成果時,我們確 實學到了許多新知識也獲得滿滿的成就感。

下次可以改善的地方

- 1.事先規劃好細項、找到最適合的方法: 計畫力&組織力
- 一開始我們使用複雜且麻煩的方法來繪製圖形,花費了大量時間,在快要完成時,才發現有更好的方法。雖然我們有大略規劃步驟,但不夠細節,因此下次我們可以試著先找到合適的方法,並規劃一系列的程序,列出細項,再開始作業,以利整個過程進行順利。
- 2.了解自身問題,獲取解決方法: 執行力&解決問題的能力 要先了解需要的結果是什麼,像是顏色需要漸層、要以一個參數控制全部和方程式要旋轉等,接著才可思考要利用什麼數學知識來解決,而不是毫無頭緒的嘗試各種可能,想要用猜中的方式解決問題,這樣沒有學到東西也沒有了解公式的意義。

資料來源

https://www.dramaqueen.com.tw/tvinfo/20200813/003.html

https://www.desmos.com/calculator/bzugab7n4v?lang=zh-TW

https://desmos.s3.amazonaws.com/Desmos User Guide ZH-TW.pdf

https://pin.it/6TwDi9JQl

THANK YOU!