



用C++與excel分析三角組合

直角、銳角、鈍角三角形在不同長度時的總數與占比

動機

曾經在拿一條繩子綁一個三角形物體時，讓我忽然想到「固定長度的繩子，當它圍繞不同種大小角度的三角形時，他們的邊長組合會是如何？且哪種類型的三角形(鈍角、銳角、直角)出現的機率會是最多？」

研究流程

訂定主題

想出設計理念並打好草稿

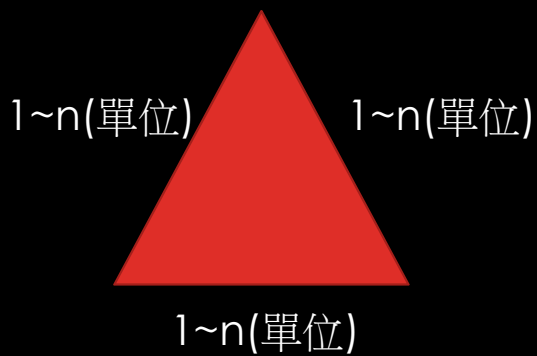
用C++寫出三角組合的程式

將C++跑出的數據統計在excel上

利用excel畫出趨勢圖並進行分析

設計理念

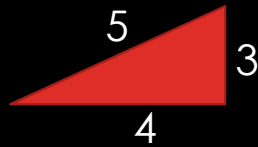
當 $n=5$ 時



同樣一個三角形三邊長度
最小值均為1最大值均為5

邊長組合

直角



直角三角形數量+1

$1/30=0.03333333$

鈍角

3, 2, 2
4, 3, 2
5, 2, 4
5, 3, 3
5, 4, 2

鈍角三角形數量+5

$5/30=0.16666667$

銳角

1, 1, 1
2, 1, 2
2, 2, 2
3, 1, 3
3, 2, 3
3, 3, 3
.....
.....

銳角三角形數量+24

$24/30=0.8$

探討主題:

隨著 n 值的不同，直角、鈍角、銳角的占比數量
變化關係

程式碼編寫

```
1  #include <iostream>
2  #include <math.h>
3  using namespace std;
4
5  int main(int argc, char** argv) {
6
7      int w=5, m=0, r=0, b=0, a=0, n, i, j, k; //r直角數量, b鈍角數量, a銳角數量; i是最大邊, j, k是另外兩小邊
8      double p; //w是最大邊的值, n是執行次數, p是各個三角形出線機率, m是總三角形數量
9
10
11     for(n=1; n<=w; n++){ //讓其邊長最大值分別為1, 2, 3..., W 一個一個各別輸出來
12         for(i=1; i<=n; i++){
13             for(j=1; j<=n; j++){
14                 for(k=1; k<=n; k++){ //利用迴圈從1~W分別輸出三邊長的值, 並利用以下函式庫進行判斷
15                     if(k>=j && k>=i){ //設定k為最大邊
16                         if((i+j)>k){ //判斷是否為三角形: 另外兩小邊的和大於最大邊
17                             m=m+1; //如果上述條件符合, 讓總三角形數量(m)+1
18                             if(i==j){
19                                 m=m+1; /**
20                             }
21                             if(pow(k, 2.0)==pow(i, 2.0)+pow(j, 2.0)){ //判斷是否為直角三角形: 兩邊平方和等於第三邊平方
22                                 r=r+1; //如果上述條件符合, 讓直角三角形數量(r)+1
23                             }
```

程式碼編寫

```
24 if(pow(k,2.0)>(pow(i,2.0)+pow(j,2.0))) { //判斷是否為鈍角三角形:兩邊平方和小於第三邊平方
25     b=b+1; //如果上述條件符合,讓鈍角三角形數量(b)+1
26     if(i==j) { /**
27         b=b+1;
28     }
29 }
30 if(pow(k,2.0)<(pow(i,2.0)+pow(j,2.0))) { //判斷是否為銳角三角形:兩邊平方和大於第三邊平方
31     a=a+1; //如果上述條件符合,讓銳角三角形數量(a)+1
32     if(i==j) { /**
33         a=a+1;
34     }
35 }
36 }
37 }
38 }
39 }
40 }
41 }
42 m=m/2; //為了避免邊長組合重複計算的問題(EX:(3、1、2):(3、2、1)),因此讓m、r、b、a各除以2
43 r=r/2; //但若為等腰三角形由於邊長組合不會重複計算到(EX:(3、2、2)),
44 b=b/2; //所以如以上m、b、a函式庫中**處讓所出現的等腰三角形重複加一次數量,再一同除以2
45 a=a/2;
46 p=(r*1.0)/(m*1.0);
47 cout<<m<<","<<r<<","<<b<<","<<a<<","<<p<<endl; //輸出,並將終端機數據統計在excel上
48 return 0;
```


利用excel紀錄數據

1	邊長	三角組合	直角三角	鈍角三角	銳角三角	直角三角形占比	鈍角三角形占比	銳角三角形占比
2	1	1	0	0	1	0	0	1
3	2	3	0	0	3	0	0	1
4	3	8	0	1	7	0	0.125	0.875
5	4	17	0	2	14	0	0.117647059	0.823529412
6	5	30	1	5	24	0.033333333	0.166666667	0.8
7	6	49	1	10	37	0.020408163	0.204081633	0.755102041
8	7	74	1	18	54	0.013513514	0.243243243	0.72972973
9	8	107	1	29	76	0.009345794	0.271028037	0.710280374
10	9	148	1	44	102	0.006756757	0.297297297	0.689189189
11	10	199	2	64	132	0.010050251	0.32160804	0.663316583
12	11	260	3	89	168	0.011538462	0.342307692	0.646153846
13	12	333	3	118	211	0.009009009	0.354354354	0.633633634
14	13	418	4	154	259	0.009569378	0.368421053	0.619617225
15	14	517	5	197	314	0.00967118	0.381044487	0.607350097
16	15	630	6	247	376	0.00952381	0.392063492	0.596825397
17	16	759	7	305	446	0.009222661	0.401844532	0.587615283
18	17	904	8	371	524	0.008849558	0.41039823	0.579646018
19	18	1067	9	446	611	0.008434864	0.417994377	0.572633552
20	19	1248	9	532	706	0.007211538	0.426282051	0.565705128
21	20	1449	10	628	810	0.006901311	0.433402346	0.559006211
22	21	1670	11	734	925	0.006586826	0.439520958	0.553892216
23	22	1913	11	852	1049	0.005750131	0.445373758	0.548353372
24	23	2178	11	982	1184	0.005050505	0.45087236	0.543617998
25	24	2467	11	1123	1332	0.004458857	0.455208756	0.539927037
26	25	2780	13	1276	1490	0.004676259	0.458992806	0.535971223

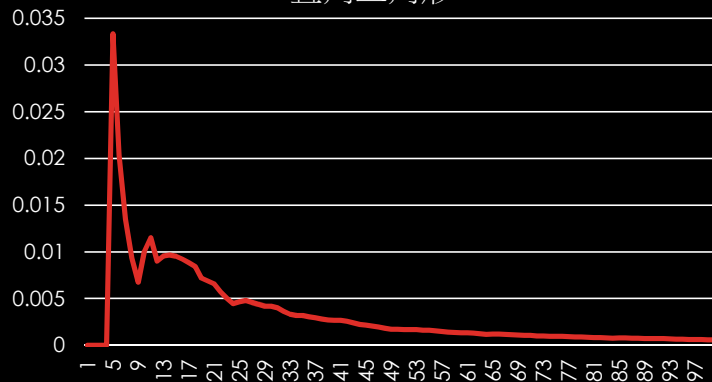
將終端機跑出的數據複製到
excel表格上

*共統計了100筆數據(邊長從
1~100)全部執行過一遍，但左圖
僅為部分數據供參考

圖表與資料分析(直角)

X軸:三邊長的最大值 Y軸:該邊長所組成的三角形占總三角形數量的比率

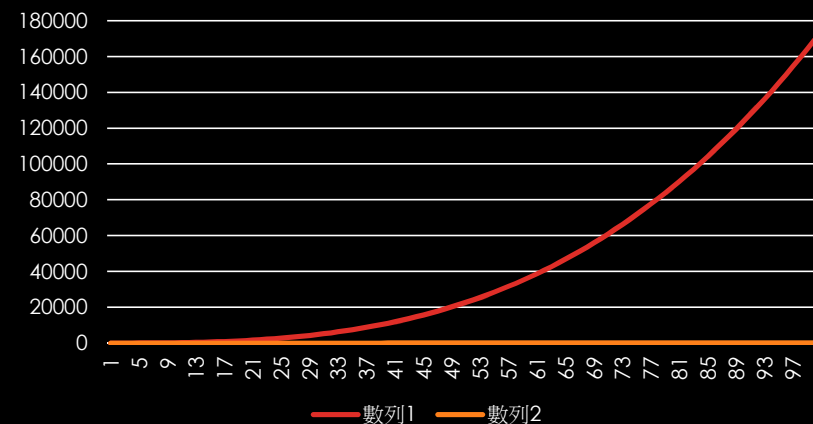
直角三角形



邊長為5後遞減，雖有略為漲幅

原因

直角和總三角組合變化幅度差



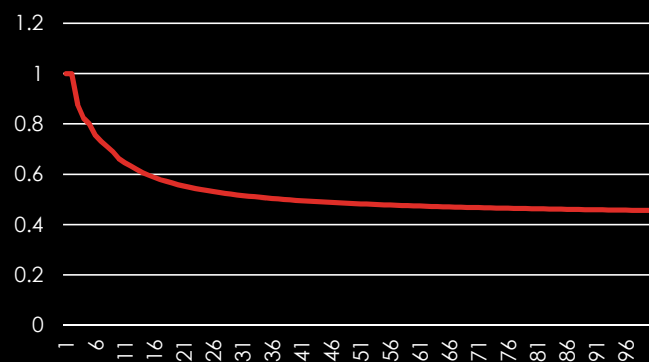
*紅線為總三角組合，橘線為直角三角組合

若要符合兩邊平方和等於第三邊平方的條件本來就比較難，在加上當邊長越大時，總三角組合的數量會迅速遞增，所以當邊長越大時，直角三角形的占比會越來越小

圖表與資料分析(鈍角與銳角)

X軸:三邊長的最大值 Y軸:該邊長所組成的三角形占總三角形數量的比率

銳角三角形

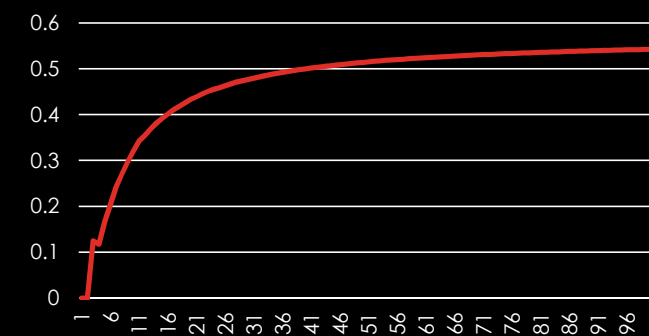


遞減，但到了邊長為40時
遞減幅度變小且比率均落
在50%之間

原因

當長度可能範圍越大時，最大邊的值和另外兩小邊的值比例落差會越大，所以兩小邊的平方和<最大邊平方(鈍角三角形數量)出現機率會較大，而相對的兩小邊的平方和>最大邊平方的出線機率會減少

鈍角三角形



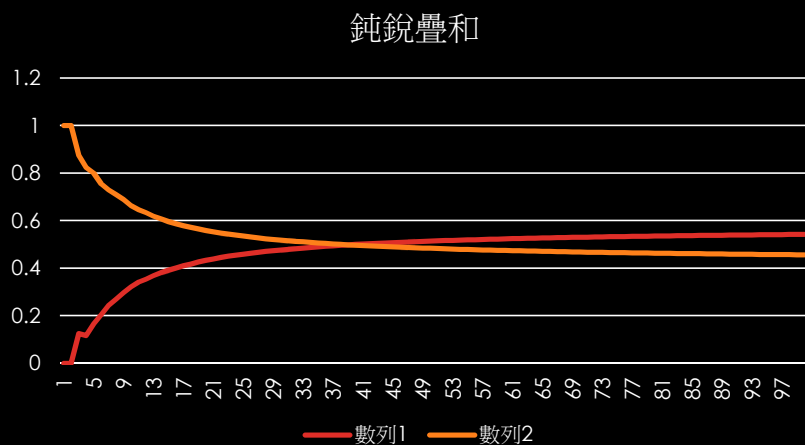
遞增，但到了邊長為40時
遞增幅度變小且比率均落
在50%之間

原因

圖表與資料分析(鈍角與銳角)

X軸:三邊長的最大值 Y軸:該邊長所組成的三角形占總三角形數量的比率

由於發現了鈍角和銳角三角形的圖形有共通點:邊長為40時遞減/增的幅度變小且比率均落在50%之間
因此想試著把兩圖形疊合在一起



*紅線為鈍角三角形，橘線為銳角三角形

邊長	三角組合	鈍角三角	銳角三角	邊長	三角組合	鈍角三角	銳角三角
1	1	0	1	40	11099	5552	5516
2	3	0	3	41	11940	5992	5916
3	8	1	7	42	12823	6455	6335
4	17	2	14	43	13748	6941	6773
5	30	5	24	44	14717	7453	7229
6	49	10	37	45	15730	7990	7704
7	74	18	54	46	16789	8551	8202
8	107	29	76	47	17894	9137	8721
9	148	44	102	48	19047	9748	9262
10	199	64	132	49	20248	10387	9825
11	260	89	168	50	21499	11052	10408
12	333	118	211	51	22800	11748	11012
13	418	154	259	52	24153	12473	11638
14	517	197	314	53	25558	13225	12289
15	630	247	376	54	27017	14007	12964
16	759	305	446	55	28530	14817	13666

鈍角和銳角出現機率的極端值都是50%

原因

剛好邊長極值過了40後，由於總三角組合的數量非常龐大，在加上鈍角三角形和銳角三角形的數量也一起跟著變多，以致兩者之間若僅相差幾百在機率占比上也差不多

結論

- 直角三角形的邊長組合數量在邊長過**5**後呈現遞減現象

這是由於若要符合兩邊平方和等於第三邊平方的條件本來就比較難，在加上當邊長越大時，總三角組合的數量會迅速遞增，所以當邊長越大時，直角三角形的占比會越來越小

- 鈍角三角形的邊長組合數量呈現遞增，而銳角三角形則是遞減，且兩者均在邊長為**40**時遞增/減的幅度變小且比率均落在**50%**之間

這是由於當長度可能範圍越大時，最大邊的值和另外兩小邊的值比例落差會越大，所以兩小邊的平方和 $<$ 最大邊平方(鈍角三角形數量)出現機率會較大，而相對的兩小邊的平方和 $>$ 最大邊平方的出線機率會減少

而之所以隨著邊長極值的變大但鈍角與銳角數量的占比沒有無限增加反而停留在50%上下，這可能是因為總三角組合的數量非常龐大，在加上鈍角三角形和銳角三角形的數量也一起跟著變多，以致兩者之間若僅相差幾百在機率占比上也差不多

感想與省思

- 程式架構與草圖設計的思維

1.由於編寫程式去進行數據篩選的主題時，執行條件的敘述內容都要考慮周到，因為例外可能性都非常高。

省:在日常生活中若看到法規、專有名詞定義、歸類條件等敘述，可試著去找尋與所述條件相符的事物，來培養自己邏輯推理的能力

2.程式執行後，有時會與預期的不同以及重複計算的問題

省:藉由套上實際例子或帶數字去計算來檢查執行是否正確

- 對於數據變化原因的合理解釋

有時對於該趨勢圖之所以會呈現遞增或遞減的原因毫無思緒

省:這時不要繼續獨立執著下去，可尋求師長或同學的幫忙或一起討論

- 所具備的程式語言能力還不夠充足

由於第一次自行訂定程式主題探討，程式設計的內容不算複雜也不算長，相對其他網路作品簡易許多

未來:嘗試進行更複雜更具有挑戰性的主題操作或延續此次的主題做進一步的研究